УДК 534, 517.9
DOI: 10.62955/0135-3748-2026-462
ORCID: 009-0008-6512-4537, 000-0002-1576-1860

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГЕОАКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ НА ОСНОВЕ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ БЕРЛАГЕ

Д.Ф. Сергиенко[1, 2], Р.И. Паровик[1]

[1]Институт космофизических исследований и распространения радиоволн Дальневосточного отделения Российской академии наук, с. Паратунка, Россия,
sergienko@ikir.ru
[2]Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, г. Петропавловск-Камчатский, Россия

MODELING WAVE PROPAGATION OF GEOACOUSTIC EMISSION, BASED ON COUPLED BERLAGE OSCILLATORS

D.F. Sergienko[1, 2], R.I. Parovik[1]

[1]Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Paratunka village, Russia, sergienko@ikir.ru
[2]Vitus Bering Kamchatka State University, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia

Аннотация. В работе представлено математическое моделирование волнового распространения геоакустической эмиссии на основе системы связанных осцилляторов Берлаге. Предложенная модель описывает взаимодействие дислокационных источников в горных породах: каждый осциллятор соответствует отдельному источнику эмиссии, а их связь отражает процессы передачи энергии в среде. Система дифференциальных уравнений N-го порядка с непостоянными коэффициентами учитывает характерные для импульсов Берлаге высокочастотные и быстрозатухающие компоненты, а также влияние параметров среды (частот, коэффициентов затухания, амплитуд и фазовых сдвигов) и силы связи между источниками. Численное решение задачи Коши выполнено с применением метода Розенброка четвертого порядка точности; построены осциллограммы распространения сигналов. Проведён анализ динамики волновых процессов при различных значениях параметров системы — это позволяет соотнести особенности модельных сигналов с физико-механическими свойствами геологической среды. Результаты моделирования могут быть использованы в задачах мониторинга напряжённо-деформированного состояния горных пород и интерпретации данных геоакустического зондирования.

Ключевые слова: геоакустическая эмиссия; волновое распространение; осциллятор Берлаге; связанные осцилляторы; дислокационные источники; метод Розенброка четвертого порядка точности.

Abstract. This paper presents a mathematical simulation of the wave propagation of geo-acoustic emission, based on a system of coupled Berlage oscillators. The proposed model describes the interaction of dislocation sources in rocks: each oscillator corresponds to a separate emission source, and their relationship reflects the processes of energy transfer in the medium. The system of N-th order differential equations with non-constant coefficients takes account of the high-frequency and fast-attenuating components characteristic of Berlage pulses, as well as the influence of medium parameters (frequencies, attenuation coefficients, amplitudes, and phase shifts) and the coupling strength between the sources. The numerical solution of the Cauchy problem was performed using the Rosenbrock method of the fourth order of accuracy; waveforms of signal propagation were constructed. The dynamics of wave processes at different values of the system parameters is analyzed, which makes it possible to correlate the features of the model signals with the physico-mechanical properties of the geological environment. The simulation results can be used for monitoring the stress-strain state of rocks and interpreting geoacoustic sounding data.

Keywords: geoacoustic emission; wave propagation; Berlage oscillator; coupled oscillators; dislocation sources; Rosenbrock method of the fourth order of accuracy.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения достоверности интерпретации данных геоакустического мониторинга при оценке напряжённо-деформированного состояния массивов горных пород. Геоакустическая эмиссия — импульсное акустическое излучение, возникающее вследствие микроразрушений и подвижек в геологической среде, — несёт ценную информацию о процессах подготовки геодинамических событий (трещинообразовании, сдвиговых деформациях и т. п.). При этом наблюдаемые на поверхности или в скважинах сигналы представляют собой результат суперпозиции волн от множества локализованных источников, распределённых в объёме среды, а их форма и временные характеристики существенно изменяются в процессе распространения.

В предшествующих исследованиях [Мингазова, Паровик, 2023; Сергиенко, Паровик, 2025a; Сергиенко, Паровик, 2025b] успешно применялись модели на основе осциллятора Берлаге — в частности, для описания одиночного дислокационного источника и двусвязанной системы источников. Однако эти работы ограничивались одним и двумя источниками и не учитывали коллективное поведение множества взаимодействующих источников, распределённых в объёме среды. В этой связи перспективным представляется дальнейшее развитие подхода — использование моделей на основе систем связанных осцилляторов, позволяющих воспроизводить характерные особенности импульсных сигналов и их эволюцию при распространении. В настоящей работе в качестве

базовой динамической модели источника используется осциллятор Берлаге, который хорошо описывает быстрозатухающие высокочастотные импульсы, типичные для геоакустической эмиссии. Форма импульса Берлаге сочетает экспоненциальное затухание огибающей с гармоническим заполнением, что соответствует наблюдаемым сигналам от микроразрушений в горных породах. Связь осцилляторов позволяет учитывать передачу энергии между источниками, моделируя коллективное поведение системы и формирование результирующего волнового поля.

Цель работы — разработать и апробировать математическую модель волнового распространения геоакустической эмиссии на основе системы связанных осцилляторов Берлаге.

Научная новизна работы заключается в применении обобщения N связанных осцилляторов Берлаге к моделированию геоакустической эмиссии, что позволяет учитывать как индивидуальные характеристики источников (частоты, коэффициенты затухания, амплитуды и фазовые сдвиги), так и эффекты их взаимодействия в среде. Практическая значимость состоит в возможности использования полученных модельных зависимостей для интерпретации данных геоакустической эмиссии, локализации очагов микроразрушений и оценки динамики напряжённого состояния горных массивов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ N СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ БЕРЛАГЕ

Для описания волнового поля геоакустической эмиссии, формируемого совокупностью локализованных источников в геологической среде, используем модель на основе системы N связанных осцилляторов. Каждый осциллятор соответствует отдельному источнику эмиссии (например, зоне микроразрушения или подвижки), а связи $\boldsymbol{k_{ij}}$ между осцилляторами отражают процессы передачи энергии в среде — в том числе за счёт упругих взаимодействий и волнового переноса.

Рассмотрим систему из N осцилляторов, где динамика i-го осциллятора (i=1,…,N) определяется дифференциальным уравнением второго порядка с непостоянными коэффициентами:

$$\{\ddot{g}_i(t) = \left(\frac{a_i}{t} - \frac{a_i}{b_i}\right)\dot{g}_i(t) - \left(\frac{a_i^2}{t^2} - c_i^2\right)g_i(t) + \\ + \left(\frac{a_i}{t} - \frac{a_i}{b_i}\right)A_i c_i t^{a_i} exp\left(-\frac{a_i}{b_i}t\right) cos\ \mathrm{COS}\ (c_i t + \varphi_{0i}) \\ + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} k_{ij} g_j(t),$$

$$g_i(t_0) = A_i c_i {t_0}^{a_i} exp\left(-\frac{a_i}{b_i}t\right) sin\ \mathrm{SIN}\ (c_i t + \varphi_{0i}),$$

$$\dot{g}_i(t_0) = \left(\frac{a_i}{t_0} - \frac{a_i}{b_i}\right)g_i(t_0) + A_i c_i {t_0}^{a_i} exp\left(-\frac{a_i}{b_i}t_0\right) \\ cos\ cos\ (c_i t + \varphi_{0i}),$$

где $i = 1, \ldots, N$, $a = n \cdot p_{max} \cdot \Delta$, $b = p_{max} \cdot t_{end}$, $c = 2 \cdot \pi \cdot f$, k_{ij} — коэффициенты связи, $A \in [0,1]$ - амплитуда импульса, от.ед.; $n = ln\, ln\, 20 / \frac{1}{p_{max} - ln ln \frac{1}{p_{max}-1}}$ — параметр, отвечающий за форму огибающей сигнала; $p_{max} \in [0.01, 0.4]$ — положение максимума; Δ — крутизна огибающей сигнала, [1.1, 5]; $t \in [t_0, t_{end}]$ — время, с; $t_0 > 0$ — начальный момент времени, с; t_{end} — длительность импульса, с; $f \in [200, 20000]$ — частота заполнения, Гц; φ_0 — начальная фаза.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Численное моделирование системы связанных осцилляторов Берлаге геоакустической эмиссии выполнено методом Розенброка 4-го порядка точности [Ponalagusamy, 2015], который оптимально подходит для жёстких систем обыкновенных дифференциальных уравнений: он сочетает устойчивость и высокую точность сохранения формы сигнала, адаптивность (автоматическое изменение шага для оптимизации вычислений), а также минимизирует время расчётов. Согласно исследованиям эффективности численных методов [Сергиенко, Паровик, 2025b], экспериментально подтверждено, что метод Розенброка демонстрирует устойчивость при варьировании шага интегрирования и обладает высоким порядком точности (близким к 4-му), что было оценено с помощью правила Рунге — в том числе в условиях относительно грубых допусков (rtol = 10^{-3}).

РЕЗУЛЬТАТЫ

На графике (рис. 1) представлен суммарный отклик связанной системы (1). Для примера система состоит из четырёх источников излучения N=4. Значения параметров системы представлены в таблице 1. Кривая g(t) отражает эволюцию временной функции, описывающей динамику волнового пакета в результате интерференции сигналов от всех элементов системы. График демонстрирует переход от слабых к мощным колебаниям из-за резонансного усиления через связь между источниками (k=$1 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^6$).

Тепловая карта (рис. 2) наглядно демонстрирует пространственно-временную эволюцию волнового процесса в системе из четырёх источников. Амплитуды сигналов у всех источников остаются низкими (ближе к белому цвету шкалы), что говорит о переходном процессе; затем наблюдается резкий рост амплитуды, особенно заметный у источников с номерами 2 и 3, где появляются насыщенные красные и тёмно-синие области, соответствующие пикам значений; характер колебаний носит периодический (гармонический) характер — это видно по чередованию цветных полос (переходам от красного к синему через белый), что указывает на синусоидальный характер волн.

Таблица 1. Параметры модели связанных источников геоакустической эмиссии

Параметры/Источники	1	2	3	4
A	1.0	1.0	1.0	0.7
p_{max}	0.3	0.3	0.3	0.3
Δ	2.4	2.3	2.1	2.3
f	400	280	290	270
φ_0	0	0	0	0
k	1	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$
t_0	0.001			
t_{end}	0.1055			

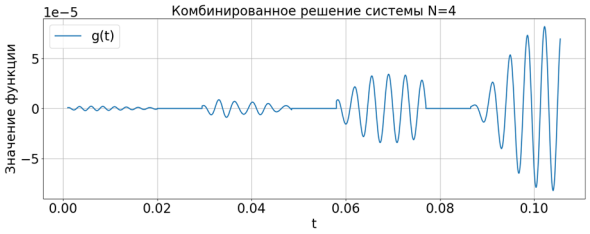

Рис. 1. Комбинированное решение системы

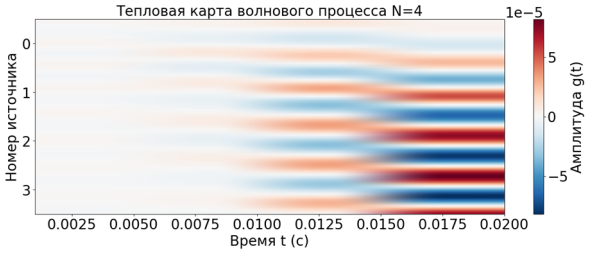

Рис. 2. Тепловая карта волнового процесса геоакустической эмиссии

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое численное моделирование показало, что эволюция системы связанных источников включает последовательный переход от слабого переходного процесса к устойчивому режиму с выраженными гармоническими колебаниями; анализ тепловой карты выявил запаздывание возбуждения источников (от 0 к 3) и синусоидальный характер сигналов, а сопоставление с графиком суммарного решения подчеркнуло важную роль высоких коэффициентов связи (k_i) в формировании пиков амплитуды, подтвердив корректность модели для описания взаимодействий источников в системе.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИКИР ДВО РАН (рег. № темы 124012300245-2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Ponalagusamy R., Ponnammal K. A Parallel Fourth Order Rosenbrock Method: Construction, Analysis and Numerical Comparison // Int. J. Appl. Comput. 2015. № 1. С. 45–68. 10.1007/s40819-014-0002-x.

Sergienko D., Parovik R. Berlage Oscillator as a Mathematical Model of High-Frequency Geoacoustic Emission with One Dislocation Source // Acoustics. 2025. Т. 7, № 65. 10.3390/acoustics7040065.

Мингазова Д.Ф., Паровик Р.И. Некоторые аспекты качественного анализа модели высокочастотной геоакустической эмиссии // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2023. Т. 42, № 1. С. 191-206. 10.26117/2079-6641-2023-42-1-191-206.

Сергиенко Д.Ф., Паровик Р.И. Исследование эффективности численных методов для решения математической модели высокочастотной геоакустической эмиссии // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2025a. Т. 50, № 1. С. 169–183. 10.26117/2079-6641-2025-50-1-169-183.

Сергиенко Д.Ф., Паровик Р.И. Моделирование высокочастотной геоакустической эмиссии с помощью осциллятора Берлаге // Вестник ДГУ. Серия 1: Естественные науки. 2025b. Т. 40, № 3. С. 29–43. 10.21779/2542-0321-2025-40-3-29-43.