

Паразитная корреляция в многоканальном корреляционном приемнике

С. В. Лесовой

Институт солнечно-земной физики СО РАН

Ключевые слова радиотелескоп, корреляция, пространственный спектр

Kew words radio telescope, correlation, spatial spectrum

ВВЕДЕНИЕ

При создании многоканальных корреляционных приемников радиотелескопов одна из проблем – конечный уровень развязки между каналами. При проникновении части сигнала в другой канал возникает на выходе коррелятора паразитная авто-корреляция, приводящая к ошибкам в соответствующей видности (кросс-корреляции между этими каналами). В данной работе делается попытка оценить уровень развязки и отношения сигнал-шум приемной системы приемлемый для солнечных радиотелескопов, использующих апертурный синтез.

Рассмотрим двухканальный (каналы k, l) приемник, предназначенный для измерения кросс-корреляции между сигналами от пары антенн. Пусть сигнал от Солнца имеющий обозначение S подключен к каналу k , шумы каналов n_k, n_l , развязка между каналами α . Под развязкой мы понимаем долю напряжения или тока наводящегося на вход l под воздействием сигнала S , подключенного к каналу k . Коэффициент корреляции, измеряемый коррелятором, в данном случае будет равен:

$$\rho_{kl} = \frac{\langle (1 - \alpha)S\alpha S \rangle}{\sqrt{\langle ((1 - \alpha)S + n_k)^2 \rangle \langle (\alpha S + n_l)^2 \rangle}} \quad (1)$$

Учитывая, что $\alpha \ll 1$ и независимость случайных величин S, n_k, n_l получим:

$$\rho_{kl} = \frac{\langle \alpha S^2 \rangle}{\sqrt{\langle ((1 - 2\alpha)S^2 + n_k^2) \rangle \langle n_l^2 \rangle}} \quad (2)$$

Не нарушая общности можно допустить, что $\langle n_k^2 \rangle = \langle n_l^2 \rangle$. Вводя отношения сигнал/шум по мощности $\text{SNR}_{power} = \langle S^2 \rangle / \langle n^2 \rangle$ получим:

$$\rho_{kl} = \frac{\alpha \text{SNR}_{power}}{\sqrt{\langle (1 - 2\alpha)\text{SNR}_{power} + 1 \rangle}} \quad (3)$$

В случае когда $\text{SNR}_{power} \ll 1$ коэффициент корреляции будет

$$\rho_{kl} \approx \alpha \text{SNR}_{power} \quad (4)$$

В случае когда $\text{SNR}_{power} \gg 1$

$$\rho_{kl} \approx \alpha \sqrt{\text{SNR}_{power}} \quad (5)$$

Первое соответствует случаю, когда сигнал существенно усиливается на промежуточной частоте, поэтому на входе тракта промежуточной частоты сигнал мал. Второе соответствует случаю, когда основное усиление сигнала происходит в тракте рабочей частоты (до первого переноса частоты вниз). В первом случае паразитный коэффициент корреляции меньше развязки, во втором больше. При развязке порядка 10^{-3} , что соответствует развязке по мощности 60-70 dB паразитная корреляция будет в первом случае около 0.01%, во втором около 0.3%. Уровень корреляции от спокойного Солнца имеет значение около 1%, значит второй случай неприемлем с точки зрения ошибок в кросс-корреляциях, возникающих из-за конечной развязки между каналами.

ПАЗАИТНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ В ОТСУТСТВИИ КОГЕРЕНТНОГО СИГНАЛА

ПРОВЕРИТЬ

Допустим, что сигнал от Солнца отсутствует и рассмотрим паразитные корреляции возникающие за счет взаимных наводок между каналами n_k, n_l . Пусть развязка между каналами по напряжению характеризуется коэффициентом α , который может принимать значения 0..0.1. Пусть часть шумов каждого канала $2\alpha n_k$ одинаково наводится на два соседних канала n_{k-1}, n_{k+1} , тогда сигнал в каждом канале будет:

$$N_k = (1 - 2\alpha)n_k + \sum_r \alpha^r (n_{k-r} + n_{k+r}) \quad (6)$$

Очевидно, что ковариация $\langle N_k N_l \rangle$ в отличие $\langle n_k n_l \rangle$ не будет равна нулю. Рассмотрим какой можно ожидать коэффициент корреляции между каналами $k, k+1$ в зависимости от α . Пусть α мало настолько, что всеми компонентами сигналов с α в степени 2 и выше можно пренебречь. Т.е., рассмотрим случай, когда каждый канал влияет только на два ближайших. Тогда коэффициент корреляции будет:

$$\rho_{k(k+1)} = \frac{\langle ((1 - 2\alpha)n_k + \alpha(n_{k-1} + n_{k+1}))((1 - 2\alpha)n_{k+1} + \alpha(n_k + n_{k+2})) \rangle}{\sigma_k \sigma_{k+1}} \quad (7)$$

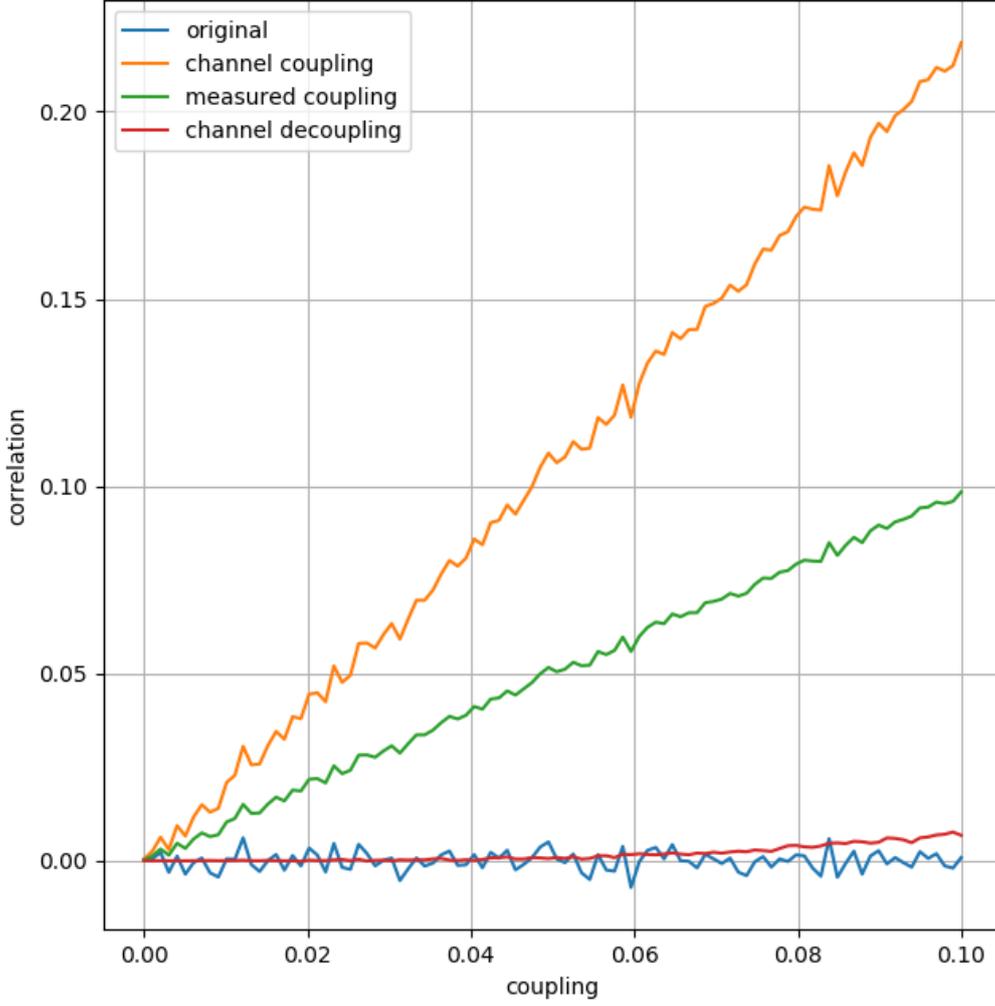


Рис. 1.

где $\sigma_k = \sqrt{\langle ((1-2\alpha)n_k + \alpha(n_{k-1} + n_{k+1}))^2 \rangle}$, $\sigma_{k+1} = \sqrt{\langle ((1-2\alpha)n_{k+1} + \alpha(n_k + n_{k+2}))^2 \rangle}$. Пренебрегая ковариациями $\langle n_k n_l \rangle$ и полагая дисперсии в каналах одинаковыми $\langle n_k^2 \rangle = \langle n_l^2 \rangle$, получаем:

$$\rho_{k(k+1)} = \frac{2\alpha(1-2\alpha) \langle n_k^2 \rangle}{(1-2\alpha)^2 \langle n_k^2 \rangle} = \frac{2\alpha}{1-2\alpha} \quad (8)$$

Таким образом, измеряя паразитные коэффициенты корреляции, возникающие в отсутствие когерентных сигналов на входах приемника, можно оценить уровень развязки между каналами $\alpha = 0.5\rho/(\rho+1)$ и попытаться скорректировать ее. Если ограничиться влиянием только двух соседних каналов на канал k , то можно скорректированное значение сигнала в канале k \hat{N}_k :

$$\hat{N}_k = N_k - (\alpha + \alpha^2)(N_{k-1} + N_{k+1}) \approx (1-2\alpha)n_k \quad (9)$$

Результат моделирования коррекции паразитной корреляции 16-канального приемника приведен на рисунке 1.

В случае, когда α велико, можно выполнять коррекцию в виде:

$$\hat{N}_k = N_k - \sum_r (\alpha + \alpha^2)^r (N_{k-r} + N_{k+r}) \quad (10)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.
